

## Válaszok Dr. Abonyi János opponensi véleményében feltett kérdésekre

Ezúton szeretném köszönetemet kifejezni Dr. Abonyi Jánosnak doktori értekezésem nagyon alapos áttekintéséért és véleményezéséért, konstruktív kritikai észrevételeiért, valamint az elgondolkodtató, a munka új oldalaira rámutató kérdésekért. A feltett kérdésekre az irodalom áttekintése, továbbá új elemzések végzésével próbáltam válaszolni.

### 1. kérdés

**A kutatás feltételezi, hogy a rendszer enyhén nemlineáris és ez a nemlinearitás polinomiális függvénnyel leírható. Miként ellenőrizheti a módszer alkalmazója a modellezési feltételek teljesülését?**

#### **Válasz:**

Különbséget kell tenni a kutatott módszer alapját képező matematikai modell érvényessége és a módszer gyakorlati mérés technikai használhatósága között. A BLA elmélet a legjobb lineáris közelítést, Gauss gerjesztő jelek mellett, konvergens Volterra-sorok által approximált, azaz idő-invariáns, felejtő (fading memory) nemlineáris rendszerek halmazán értelmezi. Ezen halmazban lelhetők fel lineáris rendszerektől kezdve igen erősen nemlineáris rendszerek is (holt zóna, telítődés, kemény határoló, stb. igen, de pl. hiszterézis, bifurkáció, káosz, szubharmonikusok keltése, stb. nem). A polinomiális (monomiális) Volterra-kernel a BLA eredmények kiértékeléséhez szolgáló elméleti építőkövek. A konkrét alkalmazásban rejlő nemlinearitás lehet monomiális, véges polinomiális is, de lehet olyan, ami csak végtelen polinommal közelíthető abszolút vagy négyzetes értelemben (pl. kemény határoló, telítődéses nemlinearitás, stb.). Ilyenkor a polinomiális Volterra-kernelek konvergens sorát értékeljük ki.

Ha a mért nemlineáris rendszer túlzottan erősen nemlineáris, akkor a BLA közelítés mérhető, ill. számítható ugyan, azonban annyira a modellezési hibákkal terhelt és a konkrét bemenettől függő, hogy a gyakorlatban semmilyen hasznát venni nem fogjuk. Ilyenkor a teljes körű paraméteres nemlineáris rendszeridentifikációhoz kell folyamodni. A kulcskérdés tehát, hogy a polinomiálisan enyhén nemlineáris, vagy éppenséggel a végtelen polinommal közelíthető pl. szakaszonként lineáris, nem differenciálható, de majdnem lineáris rendszerre egyaránt mennyire erős a vizsgált rendszer nemlinearitása.

Erre a kérdésre számos teszt módszerrel lehet választ keresni (Haber and Keviczky 1999) (Vanhoenacker et al. 2002) (Enqvist et al. 2007). Ezekből eltérően a javasolt módszertannak az a különlegessége, hogy a nemlinearitás erősségének tesztelését magába a BLA mérésébe integrálja, és a legjobb lineáris közelítéssel egyidőben adja meg a modellnek a nemlineáris és mérési hibáktól eredő konfidenciáját. Ha ez az adott alkalmazási körben kielégítő mértékű, a lineáris közelítést már külön mérni nem kell. A javasolt módszer a nemlinearitás mértékét (szintjét és frekvenciafüggését) többféle módon érzékeltetheti a legjobb lineáris közelítés mérése során (az alábbi elemzésben a kimeneti zaj additív hatását figyelmen kívül hagyom):

(1) Ha vállaljuk a frekvenciafelbontás kisebb romlását, akkor célszerű a gerjesztő jel harmonikusait csak páratlanra, ill. kétszeresen páratlanra állítani. A nem gerjesztett frekvenciákon külön mérhetjük a páros ill. a páratlan nemlinearitásokból származó nemlineáris sztochasztikus zajt, aminek varianciája indikátor értékű.

(2) Az ún. robusztus módszernél (Pintelon and Schoukens 2012) kihasználjuk a gerjesztő jel periodikus voltát és a Volterra-sor ún. PISPO (Periodic signal In Same Periodic signal Out) tulajdonságát, avagy hogy a felejtő nemlineáris rendszerek állandósult periodikus állapottal rendelkeznek. Ennek következménye, hogy a rendszer bemenetén a véletlen fázisú gerjesztés fázisában befagyasztva, majd relaxálva, a rendszer kimenetén, alkalmas átlagolási eljárásokkal, szét tudjuk választani a BLA-t terhelő kimeneti zajt és a sztochasztikus nemlineáris zajkomponenst, aminek varianciája a nemlinearitás erősségének indikátora.

(3) Az ún. gyors (fast) módszernél (Pintelon and Schoukens 2012) véletlenszerűen kiiktatjuk a gerjesztő jel páratlan harmonikusait, hogy a frekvencia tengely mentén nem gerjesztett páros és páratlan frekvenciákhoz juthassunk. Ezekre a frekvenciákra becsülhető meg a páros és a páratlan nemlinearitásból származó hibák szintje és frekvenciafüggése.

## 2. kérdés

Mit gondol, a klasszikus vizsgálatokat nélkülözve, a javasolt módszertant alkalmazva miként állapítható meg, hogy a statikus nemlineáritás első deriváltja (vagy maga a függvény) nem folytonos vagy hiszterézissel rendelkező rendszerrel van dolgunk?

Válasz:

A BLA mérésére szolgáló alapmódszerrel, amikor a nemlineáris rendszer lineáris közelítését a véletlen fázisú multiszinuszos gerjesztő jel munkapontjában mérjük, ilyen megállapítás nem tehető. T.i. a másodrendű momentumokra alapozó lineáris idő-invariáns mérési technika mindig előállít egy konzisztens validált lineáris modellt, és nem tudunk különbséget tenni a rendszer és annak legkisebb négyzetes legjobb lineáris idő-invariáns közelítése között (Ljung 2001). Vegyük példának az  $N_1[u] = u + a_3 u^3 + a_5 u^5$ ,  $a_3 = -5$ ,  $a_5$  választással,  $N_2[u]$  egy  $A = \sqrt{\pi/2}$  amplitudóban határolt kemény határolót, ill.  $N_3[u]$  egy  $K = 3$  mereedségű lineáris,  $A = \sqrt{2}$  amplitudóban telítődő rendszert, mindegyiket egységnyi szórású, zérus várható értékű Gauss jellel gerjesztve. Mindegyik rendszernek a BLA átvitele statikus és egységnyi értékű. A karakterisztikák differenciálhatóságában jelentkező drasztikus különbség nem érzékelhető.

A struktúratesztelési kutatások kapcsán a BLA mérési technikát azonban ilyen irányban is kiterjesztették, ami a Bíráló kérdésére legalább részleges biztató választ tud adni. A lényeg a nemlineáris rendszerek több munkapontban való lineárizálása és monitorozása, a munkapontba konvergálva (Schoukens et al. 2015) (Schoukens and Tiels 2016). A használt jelek az ún.  $\varepsilon$ -gerjesztés  $u_\varepsilon$  Rieman-ekvivalens Gauss jel,  $\sigma^2 = \varepsilon^2$  mellett, ill. az ún.  $\delta$ -gerjesztés  $u_\delta$ ,  $\max|u_\delta| = \varepsilon$ , különben nem specifikált spektrális tartalmú jel. A módszer lényege a BLA mérése mindkét jeltípussal,  $u = u_{DC} + u_\varepsilon$  vagy  $u = u_{DC} + u_\delta$  munkapontokban, a perturbáló jelek paraméterét 0-hoz tartva. A struktúratesztelésen túlmenően a nemlineáris (blokk)rendszerben rejlő  $y = f(u)$  statikus nemlineáritásról az  $u_{DC}$  munkapontban azt vizsgáljuk, hogy az (1) folytonos és differenciálható ( $y_{DC} = f(u_{DC})$  és  $f'(u_{DC})$  létezik), (2) folytonos, de nem differenciálható ( $y_{DC} = f(u_{DC})$ ,  $f'(u_{DC}) \neq f'(u_{DC} + c)$ ), ill. (3) nem folytonos ( $f(u_{DC}) = y_{DC}$ ,  $f(u_{DC} + c) = y_{DC} + c$ ). A keresett mennyiségek tehát:

$$g_\varepsilon(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} g_{BLA}(t) \Big|_{u_\varepsilon} \quad (2.1)$$

$$g_\delta(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} g_{BLA}(t) \Big|_{u_\delta} \quad (2.2)$$

Az eredmények érzékeltetéséhez idézem a (Schoukens et al. 2015) munkából a (Th. 8:  $\varepsilon$ -and  $\delta$ -Linearization of Static Nonlinear Systems):

„Gerjesszük a statikus nemlineáris  $f$  rendszert az  $u_{DC}$  munkapont környezetében  $u_{DC} + u_\varepsilon$ , ill.  $u_{DC} + u_\delta$  jelekkel. Írjuk fel a rendszer kimenetét  $f(u_\varepsilon + u_{DC}) = y_\varepsilon + y_{DC}$ ,  $y_{DC} = f(u_{DC})$  alakban. Akkor az  $f$  rendszerre az  $u_{DC}$  munkapont környezetében a következő érvényes:

(a) A statikus nemlinearitásra vonatkozó (3) esetben: az  $\varepsilon$ - és a  $\delta$ -linearizálás nem létezik, értékük végtelenhez tart.

(b) A statikus nemlinearitásra vonatkozó (2) esetben: a  $\delta$ -linearizálás nem létezik. Az  $\varepsilon$ -linearizálás létezik és a kétoldali deriváltak átlaga  $f_\varepsilon(u_{DC}) = 0.5(f'(u_{DC}) + f'(u_{DC} + c))$ . A kimeneti jel felírható  $y_\varepsilon = f_\varepsilon(u_{DC})u_\varepsilon + O(\varepsilon)$  alakban,  $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} O(\varepsilon)/\varepsilon = c_1$ , ahol  $c_1$  egy véges konstans. A  $y_\varepsilon$  kimeneti jel eloszlása a normálistól különbözik.

(c) A statikus nemlineáritásra vonatkozó (1) esetben: mind az  $\varepsilon$ -, mind a  $\delta$ -linearizálás létezik és egyenlő:  $f_\varepsilon(u_{DC}) = f_\delta(u_{DC}) = f'(u_{DC})$ . A kimeneti jel felírható  $y_\varepsilon = f_\varepsilon(u_{DC})u_\varepsilon + O(\varepsilon_2)$  alakban,  $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} O(\varepsilon_2)/\varepsilon_2 = c_2$ , ahol  $c_2$  egy véges konstans. Ha  $\varepsilon \rightarrow 0$ , és  $|f'(u_{DC})| \geq \gamma > 0$ , a kimeneti jel (aszimptotikusan) normális eloszlású.”

Hasonló eredmények születtek meg Wiener-Hammerstein rendszerre, Wiener-Hammerstein-, Wiener-, Hammerstein-, Hammerstein-Wiener-ágakat tartalmazó visszacsatolt rendszerekre, parallel Wiener-Hammerstein feed-forward rendszerekre, parallel ágú visszacsatolt rendszerekre és az LFR (Linear Fractional Representation) rendszerekre. A lineáris dinamikus komponensek jelenléte a statikus nemlineáris komponensek folytonosság/differenciálhatóság jellegének felismerését általában megnehezíti. A kidolgozott elméleten belül a hiszterézist nem vizsgálták. A hiszterézises rendszerek BLA mérése művelt ugyan, de a BLA mérések a parametrikusan identifikált lineáris dinamikus rendszerhez adnak jó kiindulási értékeket, amit a

hiszterézis szintén parametrikus identifikálása követhet (pl. Noel et al. 2016). A hiszterézis kimutatására (a BLA elméletéhez nem tartozó) alkalmas tesztjel a frekvenciában 0-hoz tartó szinus jel. Ha a csökkenő frekvencia ellenére marad a bemenet-kimenet fázis különbsége, hiszterézisről lehet szó. A legfrisebb, még nem publikált eredmény, hogy a hiszterézis Gauss zajjal való méréséből adódó BLA közelítés elsőrendű rendszer, melynek időállandója a hiszterézisra jellemző értékű (Schoukens, 2017, szóbeli közlés). Ennél szelektivebb tesztelési lehetőségekről nincs tudomásom.

### **3. kérdés**

**A módszer alkalmazásának eredményeként egy legjobb lineáris közelítést adó nemparametrikus modellt és a nemlineáritás okozta hatásokra vonatkozó információkat kapunk. A vizsgálójelek tervezésekor a Jelölt alkalmazza a kísérlettervezésben alkalmazott módszereket (pl. a D kritériumot a 4.1 tézishez kapcsolódóan). Mit gondol, identifikáció célú kísérlettervezés eszköztára mindezekon kívül miként alkalmazható? Lehet-e létjogosultsága egy iteratív vizsgálati eljárásnak, mely során a lépésről lépésre feltárt információk alapján optimaljuk a következő lépésben alkalmazott gerjesztőjelet?**

#### **Válasz:**

A munkámban alkalmazott kísérlettervezés hasonlít ugyan a D-optimalis tervezésre, de nem pontosan az. A D-optimalis tervezés a Fisher mátrix determinánsának maximalizálást tűzi ki célul a paraméterbecslés bizonytalanságának csökkentése érdekében és ehhez (lineáris rendszerek körében) keresi a gerjesztendő frekvenciák számát, helyét és spektrális tartalmát. Az adódó frekvenciák száma tipikusan alacsony és kapcsolatba van a becsült paramétervektor dimenziójával (Sanchez et al. 2012) (Wahlberg et al. 2012). A BLA méréseknél a gerjesztő jel harmonikus tartalma, frekvencia rácsa és spektruma az alkalmazás által adott, nem egy szabad paraméter. A nemparametrikus FRF mérése miatt a frekvenciák száma a jelben meglehetősen nagy is lehet. A valódi cél az FRF becslő számlálójá véletlen jellegének a megszüntetése és kondicionálásának megjavítása, az eredmények nagyobb statisztikai stabilitása érdekében. Az alkalmazott gerjesztést előállító konstrukció - szerencsés egybeeséssel - szintén maximalizálja a kísérlet információs mátrixát.

Elemezzük most, hogy a BLA mérés technikában mennyire van-e tétje az iteratív gerjesztés optimalizálásának.

Tények:

(a) A gerjesztés optimalizálásának alapvető célja a (lineáris) rendszeridentifikációban a parametrikus modell bizonytalanságának minimalizálása. E célból az optimalizálandó mennyiség tipikusan a paraméterek varianciájának valamilyen függvénye, a kísérő korlátok viszont a gerjesztés energiájára vonatkoznak. A gerjesztés optimalizálása nem veszélyezteti a modell későbbi használatát, mert a modell lineáris révén, a gerjesztéstől nem függ. A BLA mérés technikában kapott lineáris modell elvben gerjesztésfüggő és ha az optimalizált gerjesztés a majdani munkaponti gerjesztéstől nagyon elüt, kérdéses az így kapott optimalis modellnek későbbi használhatósága.

(b) Nemlineáris rendszerek esetében a jól definiált feladat a rendszer nemlineáris parametrikus modelljének bizonytalanságát csökkentő optimalis gerjesztés megtervezése, hiszen a kapott modell így elvben gerjesztésfüggetlenné válik.

(c) A BLA mérés technikája nem függ a multiszinuszos gerjesztés spektrális színezetétől.

(d) A gerjesztés spektrális színezete hol befolyással van, hol nincs befolyással a mért BLA jellemzőire. Ez a hatás a nemlineáris rendszer struktúrájától függ.

Legyen a normálizált véletlen fázisú multiszinusz gerjesztőjel spektruma  $S_{uu}$ . A vizsgált rendszerekben tételezzük fel a köbös nemlineáritás létezését. Vegyük sorra:

### (1) Hammerstein-rendszerek

Ha a gerjesztést normalizáljuk, akkor a gerjesztés színezete a BLA mérési eredményekre nincs hatással (az  $L(l)$  a rendszer lineáris blokkja). A statikus erősítés csak a bemeneti jel energiaszintjétől függ.

$$G_{BLA}(l) \approx (1+k) L(l), \quad k = k(\sigma_u^2) \quad (3.1)$$

Konklúzió: A gerjesztés optimalizálására nincs szükség.

### (2) Wiener-rendszerek

A gerjesztés színezete összejátszik a lineáris blokk frekvenciaátvitelével és befolyással van a statikus erősítésre, azonban a BLA dinamikájára nincs hatással (az  $R(l)$  a rendszer lineáris blokkja).

$$G_{BLA}(l) \approx (1+k) R(l), \quad k = k\left(\int |R(\omega)|^2 S_{uu}(\omega)\right) \quad (3.2)$$

Konklúzió: A gerjesztés optimalizálása szóba jöhetne, pl. a  $k$  erősítés minimálizálása végett, a gerjesztés spektrumát a lineáris inverzkarakterisztika szerint formálva.

### (3) Wiener-Hammerstein rendszerek

A gerjesztés színezete összejátszik a bemeneti lineáris blokk frekvenciaátvitelével és befolyással van a statikus erősítésre. A BLA dinamikájára nincs hatással (az  $R(l)$  a rendszer bemeneti lineáris, az  $L(l)$  a rendszer kimeneti lineáris blokkja).

$$G_{BLA}(l) \approx (1+k) R(l)L(l), \quad k = k\left(\int |R(\omega)|^2 S_{uu}(\omega)\right) \quad (3.3)$$

Konklúzió: A gerjesztés optimalizálása szóba jöhet, pl. a  $k$  erősítés minimálizálása végett, a gerjesztés spektrumát inverzkarakterisztika szerint formálva. Azonban e információ a mért BLA karakterisztikában rejtve marad! Mivel a BLA FRF frekvenciaátvitel a gerjesztés spektrális színezetétől független, a gerjesztés optimalizálása csak a lineáris dinamikus tagok szétválasztása után lenne lehetséges.

### (4) Hammerstein-Wiener rendszerek

A gerjesztés színezete összejátszik a lineáris blokk frekvenciaátvitelével és befolyással van egyaránt a statikus erősítésekre és a BLA dinamikájára. (az  $S(l)$  a rendszer lineáris blokkja).

$$G_{BLA}(l) \approx (1+k_1) S(l) + k_2 F(l) \quad (3.4)$$

Az  $F(l)$  dinamikája a konvolúciószerűen elkent  $S(l)$  lineáris blokk dinamikájából és az  $S_{uu}$  gerjesztés spektrumából áll.

Konklúzió: A gerjesztés optimalizálása szóba jöhet, pl. amiatt, hogy a mért  $G_{BLA}$ -ban minimizáljuk a közelítést rontó  $\Delta = k_2 F$  komponenst.

$$\underset{S_{uu}, \sigma_u^2=1}{\operatorname{argmin}} \|k_2 F\|_2 \quad (3.5)$$

Kérdéses azonban, hogy ehhez elegendő-e a BLA méréséből adódó egyedüli  $S(l)$  információ. Az ilyen feladat az irodalomban még nem jelent meg.

### (5) Visszacsatolt és más nagyobb bonyolultságú nemlineáris rendszerek

A nemlineáris rendszerben terjedő jelek tulajdonságai függenek a gerjesztés színezetétől, a rendszer konkrét struktúrájától, visszacsatolási viszonyaitól és a rendszeren belül fellelhető lineáris és nemlineáris blokkok

átvitelétől. A gerjesztés színezetének módosításával módosulhatnak a rendszeren belüli viszonyok és lokális tulajdonságok. Ilyen esetben a kritikus lépés a gerjesztőjelre vonatkozó kívánalmat (hibakritériumot) megfelelően megfogalmazni. Az irodalomban fellelhető néhány kezdeményezés, ahogy a lineáris esetre működőképest módszertant a nemlineáris esetekre kísérlik alkalmazni konkrét rendszerstruktúrák esetében (Hjalmarsson and Mårtensson 2007) (Sanchez et al. 2012) (Mahatae et al. 2016).

Konklúzió: A gerjesztés optimalizálása szóba jöhet, de a konkrét algoritmizáláshoz vezető irányadó elvek még nincsenek kidolgozva.

#### **(6) Gerjesztésformálás struktúra-identifikáció érdekében**

Itt a gerjesztések megfelelő formálása kulcskérdés, azonban nem a lineáris kísérlettervezés elméletéből ismert elvek mentén. A lényeg olyan gerjesztések az előállítása, hogy azok használatával keletkező BLA mérési eredmények összehasonlítása indikátorként segítse eldönteni, milyen felépítésű nemlineáris rendszerrel van dolgunk (Haber and Unbehauen 1990) (Haber and Keviczky 1974) (Haber and Keviczky 1999) (Esfahani et al. 2016) (Esfahani et al. 2015) (Lauwers et al. 2008) (Lauwers et al. 2007) (Schoukens et al. 2015) (Schoukens and Tiels 2017) (Zhang et al. 2010) (Zhang et al. 2017).

Struktúra-identifikáció egy aktuális és fontos probléma, tekintettel, hogy a nemlineáris rendszerek körében nincsenek általánosan alkalmazható kanonikus megoldások. Korábbi kutatásokhoz képest eltolódás történt a szorzók száma szerinti, kisebb fokszámú, Schetzen-féle struktúra-osztályoktól általánosabb, akár nem is differenciálható, tetszőleges fokszámú, nem kifejezetten polinomiálisan közelített statikus nemlineáritásokat tartalmazó, több parallel ágat, visszacsatolást is tartalmazó rendszerek irányába. Jelenleg kétféle feladatról beszélhetünk itt:

- (a) A konkrét struktúra kiszelektálása (pontosabban a szóba nem jöhető struktúrajelöltek kizárása),
- (b) Annak megállapítása, hogy az adott struktúrában hol lép be a folyamatzaj (a kimeneti zajon túlmenően).

A teszt gerjesztőjelek (véletlen fázisú multiszinuszok) formálására tipikusan három stratégia kívánczik:

- (I) A jel DC komponensének és rms szintjének variálása.
- (II) A jel energiájának és spektrális színezetének variálása.
- (III) Az  $\epsilon$ -, ill  $\delta$ -lineárizáláson alapuló BLA mérés technika eredményeinek összehasonlítása a határértékben 0-hoz csökkenő munkaponti perturbáció mellett (ld. a 2. kérdésre adott választ).

A tesztek eredménye tipikusan a mért nemparametrikus BLA karakterisztikák (karakterisztika seregek) viselkedése, ill. a nemparametrikusan mért BLA FRF karakterisztikák további paraméteres identifikációjából számított pólus/zérus kép (mozgásuk) viselkedése.

Konklúzió: A gerjesztés optimalizálása lényegi tényező, de nem a megszokott elvek szerint.

#### **(7) Fizikai alkalmazási környezeti feltételek modellezése**

A gerjesztés spektrális színezetének szerepe lehet a konkrét alkalmazási környezet fizikai, vagy virtuális labor környezetébe történő átemelésénél. Vegyük példának országút felülete által egy gépkocsiban keltett és mért rezgéseket. Mérésekkel modellezhető a gerjesztés spektrális színezete és egy ilyen spektrumú multiszinusz applikálható a laborban felállított mérési összeállítás rázópadján, vagy bevihető a szoftver modellekbe is.

Konklúzió: A gerjesztés optimalizálása nem indokolt.

## (8) Paraméteres BLA identifikáció

A nemparaméteres BLA karakterisztika mérésénél begyűjtött jelek és a periodikus gerjesztés miatt számítható nemparametrikus zajmodellek lehetőséget teremtenek a BLA karakterisztika paraméteres identifikációjára, az alábbi kritériumot minimalizálva (a kalapos mennyiségek az átlagolással becsült mérések) (Pintelon and Schoukens 2012).

$$V_M = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \frac{|\hat{Y}(k) - G(k, \theta) \hat{U}(k)|^2}{\hat{\sigma}_Y^2(k) + \hat{\sigma}_U^2(k) |G(k, \theta)|^2 - 2 \operatorname{Re}(\hat{\sigma}_{YU}^2(k) \overline{G(k, \theta)})} \quad (3.6)$$

Ebben az esetben feltehető a gerjesztés optimalizálásának kérdése, hiszen a gerjesztés színezetének kihatása lesz a mért zajmodellekre. Törekedhetünk pl. az adott frekvencia tartományban egyenletes SNR-re, emelhetünk ki nagyobb súllyal (azaz kisebb zajszinten) az alkalmazásban fontosabb frekvenciasávokat.

A gerjesztés spektrális színezetének és a nemlineáritások keltette sztochasztikus zaj (ami az (3.6) számlálójában meg fog jelenni) kapcsolata azonban messze nem egyszerű. Szemléltető példa gyanánt vizsgáljuk meg a másodfokú, enyhén nemlineáris,  $R(k)$  és  $L(k)$  lineáris dinamikus komponenseket tartalmazó Wiener-Hammerstein rendszert. A rendszer kimenete (frekvencia tartományban):

$$Y(l) = Y_1(l) + Y_2(l) = c_1 R(l) L(l) U(l) + c_2 \sum_{k=-M}^M R(k)(l-k) L(l) U_k U_{l-k} \quad (3.7)$$

Mivel a másodfokú nemlineáritás a BLA közelítésbe nem szól bele:

$$G_{BLA}(l) = c_1 R(l) L(l) \quad (3.8)$$

Számítsuk most ki a kimenet (vagy a BLA karakterisztika) varianciáját, ami ebben az esetben kizárólag a másodfokú kernelből fakad:

$$\hat{\sigma}_Y^2(l) = \hat{\sigma}_{G_{BLA}}^2(l) |U(l)|^2 \quad (3.9)$$

$$\hat{\sigma}_{G_{BLA}}^2(l) = c_2^2 |L(l)|^2 E \left\{ \sum_{k=-M}^M R(k)(l-k) U_k U_{l-k} \sum_{n=-M}^M R(n)(l-n) U_n U_{l-n} \right\} / |U(l)|^2 \quad (3.10)$$

A várható értékben csak a  $k = -n$  párosítás vezet nem zérus eredményre.

$$\hat{\sigma}_{G_{BLA}}^2(l) = c_2^2 \frac{|L(l)|^2}{|U(l)|^2} \sum_{k=-M}^M |R(k)|^2 |R(l-k)|^2 |U_k|^2 |U_{l-k}|^2 \quad (3.11)$$

A normálizált gerjesztés harmonikus amplitudóit írjuk le a következőképpen:

$$\hat{U}_k^2 = \frac{S_{uu}(k)}{M} \quad (3.12)$$

Akkor:

$$\hat{\sigma}_{G_{BLA}}^2(l) = c_2^2 \frac{|L(l)|^2}{S_{uu}(l)} \int |R(\omega) S_{uu}(\omega) * R(\omega) S_{uu}(\omega)|^2 d\omega \quad (3.13)$$

A rendszerbeli komponensek hatása a zajmodellre igen bonyolult. A nemlineáris zajmodell formálását gerjesztéstervezéssel az eddigi irodalomban még nem láttam.

Most a gerjesztésformálás két olyan esetét írom le, amivel a kutatási irodalom még nem foglalkozott, de amely feladatok potenciálisan igen fontosak lehetnek.

#### (9) Optimálisan robusztus gerjesztés kérdése

Ugyan egy konkrét mért BLA a konkrét gerjesztés függvénye, e gerjesztéshez közeli jelekre, a BLA folytonossága miatt, viselkedésében hasonló BLA karakterisztikákat kapunk. A feladat (lehetne) egy olyan robusztus  $r_{BLA}$  és a hozzá tartozó  $rS_{uu}$  a meghatározása, hogy:

$$\min_{G_{rBLA}} \max_{rS_{uu}} \|y(t) - G(q)u(t)\|^2 \quad (3.14)$$

#### (10) Optimálisan $G_1$ gerjesztés kérdése

Ha a mért nemlineáris rendszerben van igazi lineáris komponens, akkor a feladat lehetne egy olyan optimális gerjesztés előállítása, amellyel a mért BLA FRF karakterisztika és a tényleges lineáris komponens közötti távolság minimális lenne:

$$G_{BLA}(k) = G_1(k) + G_B(k)$$

$$\min_{G_{BLA}} \|G_{BLA} - G_1\|^2 \quad (3.15)$$

### 4. kérdés

**Bár a dolgozat deklaráltan nem foglalkozik nemlineáris rendszerek identifikációjával, az előző kérdéshez kapcsolódóan felvetődött bennem, hogy a nemlineáris függvény identifikációjához esetleg milyen - a módszertanhoz illeszkedő - megoldást javasolna? Pl. alkalmazhatók-e a Narendra-Gallman (NG) algoritmushoz kapcsolódó „heurisztikák”?**

#### **Válasz:**

Nemlineáris rendszerek identifikációjával valóban nem foglalkoztam, azonban az irodalom áttekintése alapján megkíséreltem erre a kérdésre is választ adni.

Az alap Narendra-Gallman algoritmus (NG) (Narendra and Gallman 1966) egy nagy horderejű heurisztikus ötlet, a probléma dekompozíció heurisztika egy speciális esete. Lényege a problémában erősen kölcsönható nemlineáris és lineáris paraméterek becslésének a szétválasztása. Mivel a kölcsönhatás nem iktatható ki, a módszer szükségszerűen iteratív. Mint minden heurisztika, formálisan nem igazolható, sikeres alkalmazások közlése mellett a módszer megalkotói az algoritmus konvergenciájáról nem szólnak.

Az NG algoritmusban rejlő lehetőségeket leginkább azt igazolja, hogy hiányosságai ellenére folyamatosan alkalmazták, javították, gondolatát általánosították. (Stoica 1981) ugyan rámutatott, hogy NG algoritmus divergálhat, az algoritmus konvergenciáját azonban, különböző nemlineáritások és lineáris rendszertípusok esetén, az iterált paraméterbecslések normálizálásával, sikerült esetenként biztosítani (Abonyi 1974) (Haber and Keviczky 1999) (Bai and Li 2004) (Bai and Li 2010) (Zhao et al. 2010) (Liu and Bai 2010).

Az NG algoritmusnak, mint minden iteratív algoritmusnak, az alapproblémája a hatékony fokszámbecslés és paraméterinicializálás. (Liu and Bai 2010) például a nemlineáris paraméterek becslését olyan lineáris paraméterbecslések mellett indítja, ahol a megfelelő a priori információ hiányában az IIR rendszer MA paramétervektora (1, 0, 0, ...) és az AR paramétervektora tetszőleges. Nincs tapasztalatom megítélni, mennyire kritikus a rossz inicializálás hatása konkrét identifikációs alkalmazásokban, el tudom azonban képzelni, hogy időszakosan ismétlődő (pl. hibadiagnosztikai) identifikációnál már számatevő tényező lehet.

Az NG algoritmusnak szükségszerűen vetélytársai is születtek, az igények és az algoritmus implementációk fejlődésével. A túlparametrizálás módszere a nemlineáris és a lineáris paraméterek kölcsönhatását dimenziónöveléssel kiváltja, a keletkező konvex problémát LS módon megoldja, majd az SVD módszerrel a túldimenzionált paraméterbecsléseket a nemlineáris és a lineáris paraméterekre visszavetíti. A végleges becsléseket gradiens módszerrel keresi meg egy nemlineáris LS feladatot megoldva és a korábban kapott paraméterbecslésekkel inicializálva (Bai 2010a). A nemlineáris rendszerek állapotter reprezentációjához és a MIMO Hammerstein-modellekhez jól illeszkedik az altérbecslés módszere, akár az idő-, akár a frekvencia-tartománybeli változatban (McKelvey et al. 1996) (McKelvey et al. 2002) (Westwick and Verhaegen 1996). Végül meg kell említeni olyan Hammerstein-rendszer identifikációs feladatokat, ahol az újszerű statikus nemlineáritás számítása kifejezetten nem iteratív (Goethals et al. 2005) (van Wingerden and Verhaegen 2009) (Giri et al. 2008)(Bai 2010b).

Összegezve az a véleményem, hogy az NG algoritmus nagyon jó módszer gyors, prototípus jellegű, főleg polinomiális nemlineáritással és egyszerű dinamikával rendelkező nemlineáris rendszerek identifikálásához, problémát jelenthet azonban igényesebb modellek esetében a manapság általában megkövetelt konvergenciabizonyítás. Kérdéses továbbá az NG algoritmus hatékony MIMO kialakítása.

Az iteratív (NG) rendszeridentifikációs algoritmusok érdekes módon kapcsolódnak a BLA mérés technikához. A BLA elméletből tudjuk, hogy ha a jel útjában nemcsak statikus nemlineáritások állnak, hanem jelen vannak LTI rendszerek is, akkor számos nemlineáris struktúra esetében a mért BLA a lineáris komponensek szuperpozíciójával arányos FRF karakterisztikát ad. Az arányosság természetesen a nemlineáritásoktól függ, de a lineáris dinamika jellege jól kivehető. Ez azt jelenti, hogy a BLA, nemparametrikus változatban vagy a belőle számított parametrikus identifikációja után, erőteljes inicializáló információ, majdnem a globális minimum közelében, ami várhatóan igen lerövidítheti az NG iterációk folyamatát. A BLA ilyen (jó kezdeti érték) szerepkörben már több feladatban is megjelent (Castro-Garcia et al. 2017) (Crama and Schoukens 2001, 2004) (Wahlberg et al. 2015) (Sjöberg and Schoukens 2011) (Schoukens et al. 2014a) (Schoukens et al. 2013) (Schoukens et al. 2014b).

Megjegyzendő az is, hogy az előbb megemlített tulajdonság azt jelenti, hogy a BLA mérés technikában használt véletlen fázisú multiszínusz hatásos szeparáló jel, (Bai et al. 2007) értelmezésében. A szeparáló jel megszünteti a lineáris és a nemlineáris rendszerkomponensek csatolását oly módon, hogy a nemlineáris komponens identifikálásához újbóli mérésre, más gerjesztéssel, nincs szükség.

## **5. kérdés**

**A témakör a módszertan „otthonában”, a VUB-on a mai napig töretlen módon fejlődik. A legutóbbi publikációkból, doktori védésekéből látszik, hogy a rendszeridentifikáció, idővariáns rendszerek kezelése van jelenleg a fókuszban. A dolgozat nem tesz említést további kutatásokról, nyitott vizsgálandó kérdésekről. Mit gondol, milyen izgalmas kihívásokat, lehetőségeket tartogat még a BLA alapú megközelítés?**

### **Válasz:**

Az alap BLA mérés technika véletlen fázisú multiszínuszos jelekkel operál, idő-invariáns nemlineáris felejtő rendszereket és a kimeneti additív hatású zajon túlmenően más zavaró tényezőt a vizsgált problémában nem tételez fel. Az alap BLA technikából kiindulva a kutatás több irányban indult el. Beszélhetünk itt a BLA technika direkt kiterjesztéséről, de arról is, hogy olyan kísérő technikák születtek, amelyek a BLA technikával párosulva komoly mérés technikai eszközzé válhatnak. Az alább felsorolt kutatási irányok között vannak már intenzíven és eredményesen kutatók problémák, de vannak itt olyanok is, ahol a kutatási problémának a körvonalazása még csak alakul.

(1) Az additív BLA modell általánosítása a több helyen belépő folyamat zaj (process noise) esetére.

(2) Szigorúan D-optimalis gerjesztő jelek keresése nemlineáris rendszerekhez.



- (3) Lineáris (lassan) idővariáns rendszerek BLA technikájának a kialakítása. LTV-LTI helyettesítő modell létesítése és az időbeli variancia minősítése.
- (4) A MIMO Wiener- és Hammerstein-struktúrákban megjelenő többváltozós polinomiális statikus nemlineáritások tenzor alapú bontása parallelizált jelutakra.
- (5) Blokk felépítésű nemlineáris rendszerek struktúraidentifikációját lehetővé tevő új jelek és mérés technikák.
- (6) Új, komplex (a felhasználó-, vagy az alkalmazás által igényelt) blokk struktúrák bevezetése a BLA mérés technikai gyakorlatba.
- (7) Kísérletek a dinamikus nemlineáris blokkokat tartalmazó struktúrák kezelésével (hiszterézis, rate saturation, NFIR).
- (8) Felhasználó-barát BLA mérés technika elveinek kialakítása és eszközeinek kidolgozása.
- (9) Masszív (nagyon sok bemenet-kimenet) MIMO rendszerek BLA mérés technikájának a kidolgozása.
- (10) A korlátos hiba feltétel sérüléséből a zárt körben származó (instabilitás irányába) kiugró jelértékek becslése, instabilitás valószínűségének becslése.
- (11) A véletlen fázisú multiszinusz jelek és a szeparabilis tulajdonságú jelek közötti kapcsolat tisztázása, a statikus nemlineáritások mérése céljából.
- (12) Volterra-kernelek fekete-doboz jellegű dimenzió csökkentő identifikációja (spline-k).
- (13) Volterra-kernelek paraméteres identifikációja idő-tartományban fizikai jellegű a priori ismeretet felhasználó regulárizálással.
- (14) A mért BLA dekomponálása, felhasználása erőteljes iniciálizáló ismeretként iteratív paraméterbecsléshez különböző nemlineáris blokk-struktúrákban.
- (15) A BLA robusztusságának vizsgálata, a gerjesztéshalmazra vonatkozó feltételek reláxálásával (véges amplitúdószintű gerjesztőjelek).
- (16) A BLA mérés technika kiterjesztése majdnem periodikus gerjesztőjelekre.
- (17) A BLA technikák vizsgálata nem tökéletesen perzisztens gerjesztések, rövid mérési idők esetén.

Ezen belül az általam aktuálisan művelt és a közeljövőben művelendő területek a következők:

**Folyamatzaj figyelembe vétele BLA elméletben:** A kiinduló BLA elméletben csakis a kimeneti additív zaj megjelenésével és hatásával számoltunk. Reális(abb) rendszertechnikai kép, ha a zavaró jelek (folyamat-zaj) a vizsgált rendszer több pontján is megjelenhetnek. A folyamatzajt a nemlineáris rendszert modellező Volterra-sor további bemenetének tekintjük. Ezáltal lehetőség nyílik a folyamatzaj többféle belépési pontját is figyelembe venni. Végeredményben az alapvető BLA modellhez hasonló modell állítható fel, aminek kimenetén jelenik meg külön a folyamatzajból származó nemlineáris sztochasztikus zavarkomponens.

Schoukens M., R. Pintelon, T. P. Dobrowiecki, J. Schoukens, **Extending the Best Linear Approximation Framework to the Process Noise Case**, ERNSI Workshop 2016, Cison di Valmarino, Sept 25th-28th

Schoukens M., R. Pintelon, T. P. Dobrowiecki, J. Schoukens, **Extending the Best Linear Approximation Framework to the Process Noise Case**, 2017, feltételesen közlésre elfogadva Automatica folyóiratban.

**Véletlen fázisú multiszinusz jelek szeparabilitása:** A BLA elmélet az  $O(M^{-1})$  nagyságrendű közelítés erejéig ( $M$  a felharmonikusok száma) egyesíti a Gauss-jelekkel és a véletlen fázisú multiszinuszos jelekkel történő rendszerapproximációt. Másfelül a nemlineáris rendszerek mérés technikájában fontos szerepet tölt a jelek

un. szeparabilitása. A Gauss jelek ún. tetszőleges rendben szeparálisek, egyenletes amplitudó spektrumú (fehér) véletlen fázisú multiszinusz csak részben, a színezett véletlen fázisú multiszinusz viszont véges harmonikus tartalom mellett egyáltalán nem is szeparabilis. A feladat tehát kideríteni, hogy milyen mechanizmusok felelősek az ilyen harmonikus jelek gyakorlati jó viselkedéséért. A vizsgálat módja a BLA elmélet számítása a megszokott  $O(M^{-1})$  nagyságrendű közelítés helyett  $O(M^{-2})$  nagyságrendű pontossággal és ezen nagyságrendben rejlő hatások vizsgálata. A számítások készek, publikálásra készek.

**Majdnem periodikus jelek BLA elmélete és mérés technikája:** A majdnem periodikus jelek a lineáris differenciál egyenletek általános korlátos (folytonos) megoldásai. Ha az ilyen jeleket szenzorikusan érzékeljük, átalakítjuk, továbbítjuk, stb. enyhén nemlineáris rendszerek közreműködésével, kérdésként vetődik fel a BLA elmélet alkalmas kiterjesztése és hasznos tulajdonságainak a megőrzése. Az új BLA mérés technika kidolgozásának kulcselemei a majdnem periodikus jelek halmazának alkalmas leszűkítése mérés technikailag értelmes esetekre, az ilyen jelek megfelelő randomizálása a mérés technika kidolgozása érdekében, és a végtelen periodus és véges mérési idő szembeállításából adódó problémák megoldása.

## 6. kérdés

**A módszertan fontos gyakorlati előnyeként azt tartom, hogy a munkapont szűk környezetében alkalmazható. Bár - ha jól értettem - zárt körű vizsgálatokra a módszertan nem alkalmas, lát-e lehetőséget arra, hogy ezt az előnyt kihasználva egy hibadiagnosztikai célú megoldások szülessenek?**

**Válasz:**

### Zárt körű vizsgálatok

Az alap BLA mérési technika a zárt körű mérésekre formálisan alkalmazható, de valójában nem alkalmas, mert a hurok miatt a szakasz bemeneti jelében sérül előre nem látható módon a véletlen fázisú multiszinuszról szükséges egyenletes független fáziseloszlás (és az aszimptotikus Gauss jelleg is). A mérést elvégezve az elvi BLA kifejezéshez torzítás adódik (továbbiakban mellőzzük a frekvencia argumentumot és a mérési zajokat sem vesszük figyelembe):

$$\frac{S_{YU}}{S_{UU}} = G_{BLA} + \frac{E\{Y_S \bar{U}\}}{E\{|U|^2\}}, \text{ mert a hurok miatt } E\{Y_S \bar{U}\} \neq 0. \quad (6.1)$$

A BLA elmélet kiterjeszthető azonban a lineáris zárt körű méréseknél alkalmazott ún. indirekt módszer (JIO – Joint Input Output FRF becslő) mintájára, amely esetben a véletlen fázisú multiszinusz a rendszer  $R$  referenciajel gerjesztése és (ld. 1. ábra) és:

$$G_{BLA} = \frac{S_{YR}}{S_{UR}} = \frac{F\{E\{y(t)r(t-\tau)\}\}}{F\{E\{u(t)r(t-\tau)\}\}} \quad (6.2)$$

Lineáris zárt körű esetben az indirekt módszer megadja a szakasz torzítatlan becslését:

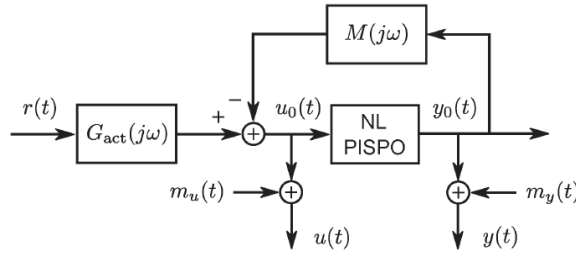
$$\hat{G}_{ind} = \frac{\hat{S}_{YR}}{\hat{S}_{UR}} = \frac{\frac{G_0 G_{act}}{1 + G_0 M} S_{RR}}{\frac{G_{act}}{1 + G_0 M} S_{RR}} = G_0 \quad (6.3)$$

Nemlineáris esetben felírható, hogy:  $Y = G_{BLA} R + Y_S$ , ahol  $Y_S$  most az  $R$  bemenet szempontjából a nemlineáris sztochasztikus zaj. Legyen továbbá  $\hat{U}_S, \hat{Y}_S$  az  $U_S, Y_S$  jelek az a része, ami az  $R$  bemenettel nem korrelált. Ekkor:  $Y = G_{BLA} U_R + \hat{Y}_S$  és  $U = U_R + \hat{U}_S$ . A bennük szereplő mennyiségek pedig a körárvitel figyelembevételével:

$$Y_S = \hat{Y}_S - G_{BLA} \hat{U}_S, \quad U_R = \frac{G_{act}}{1 + G_{BLA} M} R, \quad \hat{Y}_S = \frac{Y_S}{1 + G_{BLA} M}, \quad \hat{U}_S = \frac{-Y_S M}{1 + G_{BLA} M} \quad (6.4)$$

Ezek alapján, az (6.3)-hez hasonlóan:

$$\hat{G}_{ind} = \frac{\hat{S}_{YR}}{\hat{S}_{UR}} = \frac{\frac{G_{BLA} G_{act}}{1 + G_{BLA} M} S_{RR}}{\frac{G_{act}}{1 + G_{BLA} M} S_{RR}} = G_{BLA} \quad (6.5)$$



1. ábra. (Pintelon and Schoukens 2013)-ből Fig. 3

(Schoukens et al. 2015)-ben egy másik megközelítés is ki lett dolgozva a BLA elmélet kiterjesztéseként. A BLA elmélet kiterjesztése az ún.  $\varepsilon$ -, ill.  $\delta$ -linearizálás (ld. a 2. kérdésre adott válasz). Ha a visszacsatolt rendszer legalább egy statikus nemlinearitást tartalmaz, akkor belátható, hogy a visszacsatolt rendszer  $\varepsilon$ -, ill.  $\delta$ -linearizálását úgy kapjuk, hogy a statikus nemlinearitást annak  $\varepsilon$ -, ill.  $\delta$ -linearizálásával felcseréljük (folytonos differenciálható nemlinearitás mellett).

Tételesen kimondható, hogyha a munkapont körül folytonos és differenciálható  $q_{DC} + q_\varepsilon = g(y_{DC} + y_\varepsilon)$  (dinamikus) nemlineáris rendszer a zárt körben  $y(t) = h(t) * (r(t) - g(y(t)))$  rendszer visszacsatoló ágában helyezkedik, a zárt körben a rendszer az  $r = r_{DC} + r_\varepsilon$  referenciajelek halmazán stabil és az  $y_{DC}$  a nemlineáris rendszer válasza az  $r_{DC}$  jelre, akkor a nemlineáris visszacsatolt rendszer  $\varepsilon$ -, ill.  $\delta$ -linearizálása:

$$Y_\varepsilon = \frac{H}{1 + HG_{\varepsilon,\delta}} R_{\varepsilon,\delta}, \text{ ahol } H, G_{\varepsilon,\delta} \text{ a } h, g_\varepsilon, g_\delta \text{ frekvenciakarakteristikái.}$$

Az eredmények általánosíthatók a nemlineáris előre és visszacsatoló ágat is tartalmazó rendszerekre.

## Hibadetektálás

A BLA elmélet hibadetektálással explicit módon nem foglalkozik, azonban az alkalmazásokban felmerülő hibák keltette hibajelenségek méréssel észrevehetők és a BLA elmélettel, ill. annak kiterjesztéseivel feldolgozhatók.

Ha az adott alkalmazásban a hiba például a:

- kiugró paraméterértékekben,
- megnövekedett zajszintekben,
- zajok megjelenésében eddig zajmentes mérési pontokon,
- nemlineáris viselkedés megjelenésében, általában és konkrét nemlinearitások esetén,
- nemlineáris viselkedés erősödésében,
- a BLA dinamika változásában,
- a pólus/zérus kép meghatározott jellegű mozgásában,
- rendszerstruktúrában bekövetkezett változásokban,

- zárt körű rendszerben az instabilitás rizikójának növekedésében, stb.

nyilvánul meg, akkor a BLA technikák legalább részben képesek az ilyen hibajelenségeket detektálni (Esfahani et al. 2016) (Esfahani et al. 2015) (Haber and Unbehauen 1990) (Haber and Keviczky 1974) (Haber and Keviczky 1999) (Lauwers et al. 2008) (Lauwers et al. 2007) (Haber and Unbehauen 1990) (Schoukens et al. 2015) (Schoukens et al. 2004) (Schoukens and Tiels 2017) (Vanbeylen et al. 2008) (Zhang et al. 2010) (Zhang et al. 2017). Az azonban, hogy egy hibajelenség milyen konkrét hibának felel meg, az alkalmazás függvénye és felelőse.

Ha a cél egy bizonyos struktúrában történő hibadetektálás, akkor elképzelhető, hogy az ilyen irányú további kutatással szelektívebb, érzékenyebb módszerekhez (tesztgerjesztésekhez) is el lehet jutni.

## 7. kérdés

Jól értem, hogy a 2.3 tétel a lineáris rendszerek szuperpozíciójának érvényesülését mondja ki a BLA modellek esetében? Féltve kérdezem, hogy e tétel úgy is értelmezhető, hogy "csupán" azt állítja, hogy van azaz annyira enyhe nemlinearitás és van olyan speciális vizsgálójel, amely esetén a rendszer lineáris viselkedést mutat? (és ezekben az esetekben a Hammerstein-Wiener rendszerek és Wiener-Hammerstein rendszerek esetében azonos BLA modell adódik?)

### Válasz:

Az elvégzett kutatás a közelítő lineáris szuperpozíciót Riemann-ekvivalens gerjesztő jelekre (véletlen fázisú multiszínuszok) és enyhén nemlineáris konvergens Volterra-sorokra mondja ki. Ilyen értelemben igaz van a Bírálónak, hogy konkrét speciális, ám igen robusztus vizsgálati körülményekről beszélünk.

Vizsgáljuk most gyengén nemlineáris Wiener-Hammerstein és Hammerstein-Wiener rendszerek viszonyát. Egyszerűség kedvéért mindkét rendszerben a nemlinearitásokat harmadfokig bezárólag fogjuk figyelembe venni. Legyen adva egy Wiener-Hammerstein rendszer:

$$y(t) = R(q)f(L(q)u(t)) \quad (7.1)$$

$$y(t) = R(q)z(t), \quad z(t) = v(t) + c_2v^2(t) + c_3v^3(t), \quad v(t) = L(q)u(t) \quad (7.2)$$

és egy Hammerstein-Wiener rendszer:

$$y(t) = g(S(q)f(u(t))) \quad (7.3)$$

$$y(t) = z(t) + a_2z^2(t) + a_3z^3(t), \quad z(t) = S(q)v(t), \quad v(t) = u(t) + b_2u^2(t) + b_3u^3(t) \quad (7.4)$$

Mindkét rendszer Volterra-sorát a harmadfokú kernelig bezárólag vizsgáljuk.

$$\begin{aligned} Y(l) &= Y_1(l) + Y_2(l) + Y_3(l) \\ &= G_1(l)U(l) + \sum_{k=-M}^M H_2(k, l-k)U_kU_{l-k} + \sum_{k_1=-M}^M \sum_{k_2=-M}^M H_3(k_1, k_2, l-k_1-k_2)U_{k_1}U_{k_2}U_{l-k_1-k_2} + \dots \end{aligned} \quad (7.5)$$

Ha a rendszerek bemenetére véletlen fázisú multiszínuszos gerjesztést adunk:

$$u(t) = \sum_{k=-M}^M \hat{U}_k e^{j(\omega_k t + \varphi_k)}, \quad U_k = \hat{U}_k e^{j\varphi_k}, \quad \sum_{k=-M}^M \hat{U}_k^2 = \sigma_u^2 = 1, \quad U_k = U(k) \quad (7.6)$$

a két rendszer BLA közelítésébe a  $H_1$  és  $H_3$  kernelek épülnek bele és a  $H_3$ -tól függő tag a szisztematikus torzítás:

$$G_{BLA}(l) = E \left\{ \frac{Y(l)}{U(l)} \right\} = G_1(l) + E \left\{ \frac{Y_3(l)}{U(l)} \right\} = G_1(l) + E \{ G_3(l) \} = G_1(l) + G_{3,bias}(l) \quad (7.7)$$

I. Wiener -Hammerstein rendszer esetében (Pintelon and Schoukens 2012):

$$G_1(l) = c_1 R(l) L(l) = H_3(k_1, k_2, l - k_1 - k_2) = c_3 R(k_1) R(k_2) R(l - k_1 - k_2) L(l) \quad (7.8)$$

Ezzel:

$$G_3(l) = c_3 \sum_{k_1=-M}^M \sum_{k_2=-M}^M R(k_1) R(k_2) R(l - k_1 - k_2) L(l) U_{k_1} U_{k_2} U_{l-k_1-k_2} / U_l \quad (7.9)$$

és a torzítás:

$$\begin{aligned} G_{3,bias}(l) &= E \{ G_3(l) \} = c_1 R(l) L(l) \frac{c_3}{c_1} \sum_{k=-M}^M |R(k)|^2 |U_k|^2 + O(M^{-1}) \\ &\approx C(c_1, c_3, U_k, R(k)) G_1(l) = C G_1(l) \end{aligned} \quad (7.10)$$

ahol az arányossági konstans  $O(\frac{c_3}{c_1})$ .

II. Hammerstein-Wiener rendszer esetében (Crama and Schoukens 2004):

$$\begin{aligned} G_1(l) &= a_1 b_1 S(l) = H_3(k_1, k_2, l - k_1 - k_2) = \\ & b_1 a_3 S(l) + \\ & b_3 a_1^3 S(k_1) S(k_2) S(l - k_1 - k_2) + \\ & \frac{2}{3} b_2 a_2 a_1 [S(l - k_1) S(k_1) + S(l - k_2) S(k_2) + S(k_1 + k_2) S(l - k_1 - k_2)] \end{aligned} \quad (7.11)$$

Ezzel:

$$G_3(l) = \sum_{k_1=-M}^M \sum_{k_2=-M}^M \left\{ b_1 a_3 S(l) + b_3 a_1^3 S(k_1) S(k_2) S(l - k_1 - k_2) + \right. \\ \left. \frac{2}{3} b_2 a_2 a_1 [S(l - k_1) S(k_1) + S(l - k_2) S(k_2) + S(k_1 + k_2) S(l - k_1 - k_2)] \right\} U_{k_1} U_{k_2} U_{l-k_1-k_2} / U_l \quad (7.12)$$

és a torzítás:

$$\begin{aligned} G_{3,bias}(l) &= \left[ \frac{a_3}{a_1} \sum_{k=-M}^M |U_k|^2 + \frac{b_3}{b_1} a_1^2 \sum_{k=-M}^M |S(k)|^2 |U_k|^2 + \frac{2}{3} \frac{b_2}{b_1} a_2 S(0) \sum_{k=-M}^M |U_k|^2 \right] a_1 b_1 S(l) + \\ & \frac{2}{3} b_2 a_2 a_1 \sum_{k=-M}^M [S(l - k) S(k) + S(l + k) S(-k)] |U_k|^2 + O(M^{-1}) \end{aligned} \quad (7.13)$$

$$G_{3,bias}(l) \approx C(a_1, a_3, b_1, b_2, b_3, U_k, S(k)) G_1(l) + \frac{2}{3} b_2 a_2 a_1 F(l) = C_1 G_1(l) + C_2 F(l) \quad (7.14)$$

ahol az arányossági konstansok  $C_1 \approx O(\max\left\{\frac{a_3}{a_1}, \frac{b_3}{b_1}, \frac{a_2 b_2}{b_1}\right\})$  és  $C_2 \approx O(a_2 a_1 b_2)$ .

Majdnem lineáris esetben (másodfokú és harmadfokú nemlineáris együttthatók << elsőfokú együttthatók) mindkét rendszer esetében a BLA karakterisztika a lineáris eredő átvitelével arányos. A növekvő nemlineáris tartalom (és főleg a páros nemlineáritás megjelenése) ezt az arányosságot a Wiener-Hammerstein rendszer esetében nem rontja, a Hammerstein-Wiener rendszer esetében azonban a lineáris komponenstől történő eltérés  $F(l)$  frekvenciafüggő.

A rendszerek viselkedésében megjelenő e különbség máris sugall lehetőséget a struktúra tesztelésére. T.i. ha egyenletes (fehér), de változó  $\sigma_u^2$  energiaszintű véletlen fázisú multiszinusszal mérjük, mindkét struktúra esetében a BLA karakterisztikák arányos seregét kell kapnunk. Ha viszont változtatni fogjuk a gerjesztő jel spektrális színezetét, akkor a BLA karakterisztikák serege Wiener-Hammerstein rendszer esetén arányos marad, a Hammerstein-Wiener rendszer esetén tapasztalni fogjuk a dinamika eltorzítását. Tipikusan az eredeti pólusok nem mozdulnak el, de a csillapításuk nő, és megjelennek a gerjesztésre jellemző pólusok is.

## 8. kérdés

A munka rendszeridentifikációhoz kapcsolódó kutatások áttekintése során találkoztam az alábbi linken elérhető publikációval: <http://folk.ntnu.no/skoge/prost/proceedings/cdc-ecc-2011/data/papers/01lo.pdf>. Felvetődött bennem a kérdés, hogy a 4.1.1 ábrán vizsgált rendszerek és az említett cikkben szereplő párhuzamos Wiener modellek esetében a 4.4.1 ábrán jelzett, a nemlineáritás hatását kezelő  $ys_1$  és  $ys_2$  jelek rendkívül szoros (nemlineáris) kapcsolatban kell hogy legyenek egymással. A kapcsolat mérése, számszerűsítése segítheti-e az alkalmazott nemlineáris modell megválasztását?

### Válasz:

A kérdésben idézett cikk a (Schoukens and Rolain 2011). A cikkben részletezett módszer lényege:

- a lineáris dinamika (BLA) nemparametrikus becslése (zajvarianciákkal együtt), több rms szintű gerjesztést felhasználva,
- a BLA karakterisztikák parametrikus (Maximum Likelihood) identifikálása, simítás céljából,
- a BLA karakterisztikák dekompozíciója SVD módszerrel – szignifikáns parallel ágak azonosítása (db számuk és átvitelük),
- a statikus nemlineáritás becslése,
- a teljes rendszer (paramétereinek) optimalizálása Levenberg-Marquardt módszerrel, az eddig számított rendszerkomponensekkel inicializálva.

A cikk 1. sz. ábráján egy 2 bemenetű 1 kimenetű MISO Wiener rendszer látszik, parallel lineáris dinamikus ágakkal mindegyik bemeneti-kimeneti jelcsatornában, a kimeneten statikus nemlineáritással összefogva.

Jellegét tekintve ez a rendszer a disszertáció 4.1.1 ábráján látható rendszernek felel meg, azzal a különbséggel, hogy a 4.1.1 ábra rendszere egy kimeneti dinamikával Wiener-Hammerstein rendszerré van kiegészítve, ill. a benne lévő bemeneti-kimeneti csatornában a bemeneti lineáris dinamikus rendszerek egyetlenegy ágból állnak, a cikkbeli parallel ágakhoz képest.

A disszertáció 4.4.1 ábrája a MIMO (MISO) rendszer általános BLA képét mutatja. A benne szereplő és az  $U_1$ - $Y_1$  ill. az  $U_2$ - $Y_1$  csatornákhöz tartozó  $G_{BLA,1}^1$  és  $G_{BLA,2}^1$  rendszerek a 4.1.1. ábra  $R_{p1}$ -NL-S és  $R_{p2}$ -NL-S jelutaknak, illetve a cikkbeli 1. ábrán a  $H_{1,1,m} \parallel H_{1,2,m} - f(\cdot)$  és  $H_{2,1,m} \parallel H_{2,2,m} - f(\cdot)$  jelutaknak felelnek meg.

A 4.4.1 ábrán látható  $y_{s1}$  és  $y_{s2}$  sztochasztikus nemlineáris zajok viszonya nem egyértelmű. Az ábrán látható BLA komponensek valamilyen nemlineáris átvitelű rendszerek közelítéséből adódtak, a közös  $u_1$  és  $u_2$  bemeneti jelek ellenére a nemlineáris hatás az  $y_1$  és  $y_2$  kimeneti jelekben igen eltérő sztochasztikus nemlineáris hibát eredményezhet. Legyen egy egyszerű példa, a 4.4.1 ábra konvenciójában:

$$\begin{aligned} y_1 &= u_1 + u_2 + u_1 u_2^2 \\ y_2 &= u_1 + u_2 + u_2 u_1^2 \end{aligned} \quad (8.1)$$

Ha a bemeneti jelek nem korreláltak, akkor a BLA közelítések:

$$\begin{aligned} G_{BLA,1}^1 &= G_{BLA,2}^2 = 2 \\ G_{BLA,2}^1 &= G_{BLA,1}^2 = 1 \end{aligned} \quad (8.2)$$

A sztochasztikus nemlineáris zajok:

$$\begin{aligned} y_{s1} &= (u_1 + u_2 + u_1 u_2^2) - 2u_1 - u_2 \\ y_{s2} &= (u_1 + u_2 + u_2 u_1^2) - u_1 - 2u_2 \end{aligned} \quad (8.3)$$

és a korrelációjuk:

$$E\{y_{s1} y_{s2}\} = 0 \quad (8.4)$$

Ne felejtjük azonban, hogy a bemeneti-kimeneti pontok fizikai adottságok és elképzelhető, hogy több bemenet-kimenet között az alkalmazásból adódóan pontosan ugyanannyi és ugyanúgy nemlineáris a jelátvitel. Ha történetesen  $y_1(u_1, u_2) = y_2(u_1, u_2)$ , akkor nyilván az  $y_{s1} = y_{s2}$  és  $E\{y_{s1} y_{s2}\} = E\{y_{s1}^2\} \neq 0$ .

A két  $y_{s1}$ ,  $y_{s2}$  sztochasztikus nemlineáris zaj komponens hasonlósága utalhat arra, hogy a két bemeneti-kimeneti jelutban hasonló nemlineáris hatás rejlik, eddig azonban a BLA kutatások e kérdéssel nem foglalkoztak. Egyetlen kísérlet, ahol az adott rendszerrel szándékosan építjük ki a parallel nemlineáris utat, hogy a sztochasztikus hibák hasonlóak legyenek a (Schoukens et al. 2008).

A bíráló egyéb kritikikai megjegyzéseiről:

### **Ábrák, jelölések, egyéb formai problémák**

A disszertációban közölt eredmények bemutatása egyszer már a publikációkban megtörtént és ezek stílusa akaratlanul is kihatottak az eredmények disszertációbeli prezentálására. Az ábrák, többségükben, olyan megjelent publikációkból valók, amikhez társszerzői közöm van, nem hivatkoztam azokat külön.

A bírálói kritikákat köszönettel fogadom, azokkal egyetértek. Az egységes kép érdekében az ábrákat át kellett volna dolgoznom.

Még egyszer köszönöm Dr. Abonyi Jánosnak az elgondolkodtató opponensi véleményét, a kérdéseket és konstruktív kritikát.



Dobrowiecki Tadeusz

## Hivatkozások

Abonyi J., **Fuzzy model identification for control**, Birkhauser, 1974

Bai E. W., Li, D., **Convergence of the iterative Hammerstein system identification algorithm**. IEEE Trans on Automatic Control, 49, 2004, 1929–1940.

Bai E.W. (a), **An Optimal Two-stage Identification Algorithm for Hammerstein–Wiener Nonlinear Systems**, in F. Giri, E.W. Bai (Eds.), Block-oriented Nonlinear System Identification, LN in Control and Information Sciences 404, 2010, Springer-Verlag

Bai E.W. (b), **Decoupling the Linear and Nonlinear Parts in Hammerstein Model Identification**, in F. Giri, E.W. Bai (Eds.), Block-oriented Nonlinear System Identification, LN in Control and Information Sciences 404, 2010, Springer-Verlag

Bai E.W., K. Li, **Convergence of the iterative algorithm for a general Hammerstein system identification**, Automatica, Vol. 46, 2010, pp.1891-1896

Bai E.W., V. Cerone, D. Regruto, **Separable inputs for the identification of block-oriented nonlinear systems**, Proc. of the 2007 Am. Control Conf., Marriott Marquis Hotel at Times Square, New York City, USA, July 11-13, 2007, WeC04.2

Castro-Garcia R., K. Tiels, O. Mauricio Agudelo, J. A. K. Suykens, **Hammerstein system identification through best linear approximation inversion and regularization**, Int J of Control, E-pub ahead of print – 2017, <http://dx.doi.org/10.1080/00207179.2017.1329550>

Crama Ph., J. Schoukens, **First estimates of Wiener and Hammerstein systems using multisine excitation**, in Proc. IEEE Instrumentation Measurement Conf., Budapest, Hungary, 2001, pp. 1365-1369.

Crama Ph., J. Schoukens, **Hammerstein-Wiener System Estimator Initialization**, Automatica 40 (2004) 1543 – 1550

Enqvist M., J. Schoukens, R. Pintelon, **Detection of Unmodeled Nonlinearities Using Correlation Methods**, IMTC 2007 - IEEE Instr and Meas Techn Conf, Warsaw, Poland, May 1-3, 2007.

Esfahani A. F., J. Schoukens, L. Vanbeylen, **Using the Best Linear Approximation With Varying Excitation Signals for Nonlinear System Characterization**, IEEE Trans on Instr and Meas, Vol 65, No 5, May 2016, pp. 1271 - 1280.

Esfahani A.F., J. Schoukens, L. Vanbeylen, **Design of excitations for structure discrimination of nonlinear systems, using the best linear approximation**, 2015 IEEE Intl Instr and Meas Tech Conf. (I2MTC), 11-14 May, 2015, Pisa, Italy.

Giri F., Y. Rochdi, F.Z. Chaoui, A. Brouri, **Identification of Hammerstein systems in presence of hysteresis-backlash and hysteresis-relay nonlinearities**, Automatica 44 (2008) 767 – 775

Goethals I., K. Pelckmans, J.A.K. Suykens, B. De Moor, **Identification of MIMO Hammerstein models using least squares support vector machines**, Automatica 41 (2005) 1263 – 1272

Haber R., H. Unbehauen, **Structure Identification of Nonlinear Dynamic System A Survey on Input/Output Approaches**, Automatica, Vol. 26, No. 4, pp. 651-677, 1990.

Haber R., L. Keviczky, **Nonlinear Structures for System Identification**, Periodica Polytechnica, 18/4, 1974, pp. 393-404.

Haber R., L. Keviczky, **Nonlinear system identification – Input-Output Approach. 2. Nonlinear system structure identification**, Kluwer Academic Publishers, 1999.

Haber R., L. Keviczky, **Nonlinear system identification – Input-Output Modeling Approach. 1. Nonlinear system parameter identification**, Kluwer Academic Publishers, 1999.

Hjalmarsson H., J. Mårtensson, **Optimal Input Design for Identification of Non-linear Systems: Learning From the Linear Case**, Proc. of the 2007 Am. Control Conf., Marriott Marquis Hotel, New York City, July 11-13, 2007, WeC04.6

Hosseini S. M., T. A. Johansen, A. Fatehi, **Comparison of Nonlinearity Measures based on Time Series Analysis for Nonlinearity Detection**, Modeling, Identification and Control, Vol. 32, No. 4, 2011, pp. 123-140.

Lauwers L., J. Schoukens, R. Pintelon, M. Enqvist, **A Nonlinear Block Structure Identification Procedure Using Frequency Response Function Measurements**, IEEE Trans on Instr and Meas, Vol. 57, No. 10, Oct 2008, pp. 2257-2264.

Lauwers L., J. Schoukens, R. Pintelon, W. Van Moer, L. Gomme, **Some Practical Applications of a Nonlinear Block Structure Identification Procedure**, IEEE Instr and Meas Technology Conf. - IMTC 2007, Warsaw, Poland, May 1-3, 2007.



- Liu Y., E.W. Bai, **Iterative Identification of Hammerstein Systems**, in F. Giri, E.W. Bai (Eds.), **Block-oriented Nonlinear System Identification**, LN in Control and Information Sciences 404, 2010, Springer-Verlag
- Ljung L., **Estimating Linear Time-Invariant Models of Nonlinear Time-varying systems**, European J. of Control (2001) 7: 203-219.
- Mahatae K., J. Schoukens, A. De Cock, **Information matrix and D-optimal design with Gaussian inputs for Wiener model identification**. Automatica, Volume 69, July 2016, pp. 65-77
- McKelvey T., A. Fleming, S.O.R. Moheimani, **Subspace-Based System Identification for an Acoustic Enclosure**, *J. Vib. Acoust* 124(3), 414-419 (Jun 12, 2002)
- McKelvey T., H. AkCay, L. Ljung, **Subspace-Based Multivariable System Identification from Frequency Response Data**, IEEE Trans on Automatic Control, Vol. 41, No. 7, July 1996, 960-979,
- Narendra K.S., P.G. Gallman, **An Iterative Method for the Identification of Nonlinear Systems Using a Hammerstein Model**, IEEE Trans. on Automatic Control, July 1966, 348-350
- Noel J.P., A.F. Esfahani, G. Kerschen, J. Schoukens, **Hysteresis Identification using Nonlinear State-Space Models**, Nonlinear Dynamics, Vol 1, Proc of the 34th IMAC, A Conf and Exposition on Structural Dynamics 2016, pp. 323-338.
- Pintelon R., J. Schoukens, **FRF Measurement of Nonlinear Systems Operating in Closed Loop**, IEEE Trans on Instr and Meas, Vol. 62, No. 5, May 2013, 1334-1345.
- Pintelon R., J. Schoukens, **System Identification. A Frequency Domain Approach** (2nd Ed.), Wiley, 2012
- R. Haber, H. Unbehauen, **Structure Identification of Nonlinear Dynamic System A Survey on Input/Output Approaches**, Automatica, Vol. 26, No. 4, pp. 651-677, 1990.
- Sanchez B., C.R. Rojas, G. Vandersteen, R. Bragos and J. Schoukens, **On the calculation of the D-optimal multisine excitation power spectrum for broadband impedance spectroscopy measurements**, Meas. Sci. Technol. 23 (2012) 085702 (15pp).
- Schoukens J., K. Tiels, M. Schoukens (a), **Generating initial estimates for Wiener-Hammerstein systems using phase coupled multisines**, Prep of the 19th World Congress IFAC, Cape Town, Aug 24-29, 2014
- Schoukens J., R. Pintelon, Y. Rolain, M. Schoukens, K. Tiels, L. Vanbeylen, A. Van Mulders, G. Vandersteen, **Structure discrimination in block-oriented models using linear approximations: A theoretic framework**, Automatica 53 (2015) 225-234.
- Schoukens J., T. Dobrowiecki, R. Pintelon, **Estimation of the risk for an unstable behaviour of feedback systems in the presence of nonlinear distortions**, Automatica 40 (2004) 1275 - 1279.
- Schoukens M., Ch. Lyzell, M. Enqvist, **Combining the best linear approximation and dimension reduction to identify the linear blocks of parallel Wiener systems**, 11th IFAC Intl Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing, July 3-5, 2013. Caen, France, ThS4T3.3
- Schoukens M., K. Tiels, **Identification of Nonlinear Block-Oriented Systems starting from Linear Approximations: A Survey**, Submitted to Automatica, under review
- Schoukens J., R. Pintelon, M. Enqvist, **Study of the LTI relations between the outputs of two coupled Wiener systems and its application to the generation of initial estimates for Wiener-Hammerstein systems**, Automatica, 44, 7, pp. 1654-1665, 2008.
- Schoukens M., R. Pintelon, Y. Rolain (b), **Identification of Wiener-Hammerstein systems by a nonparametric separation of the best linear approximation**, Automatica, 50 2, Feb, 2014, pp 628-634
- Schoukens M., Y. Rolain, **Parametric MIMO parallel Wiener identification**, 2011 50th IEEE Conf on Decision and Control and European Control Conf (CDC-ECC), Orlando, FL, USA, December 12-15, 2011
- Sjöberg J., J. Schoukens, **Initializing Wiener-Hammerstein Models Based on Partitioning of the Best Linear Approximation**, Prep of the 18th IFAC World Congress, Milano (Italy) August 28 - September 2, 2011
- Stoica P., **On the convergence of an iterative algorithm used for Hammerstein system identification**. IEEE Trans on Automatic Control, 26, 1981, 967-969.

- Valenzuela P.E., C.R. Rojas, H. Hjalmarsson, **Optimal input design for non-linear dynamic systems: A graph theory approach**, 52nd IEEE Conf on Decision and Control, 2013, 5740-5745.
- van Wingerden J.W., M. Verhaegen, **Closed loop identification of MIMO Hammerstein models using LS-SVM**, Proc. of the 15th IFAC Symp on System Identification, Saint-Malo, France, July 6-8, 2009
- Vanbeylen, J. Schoukens, K. Barbe, **Measuring the stability of nonlinear feedback systems**, Intl Instrumentation and Measurement Tech Conf - I'MTC 2008, Vancouver Island, Canada, May 12-15, 2008.
- Vanhoenacker K., J. Schoukens, J. Swevers, D. Vaes, **Summary and comparing overview of techniques for the detection of non-linear distortions**, Proc. of ISMA 2002, VOL III, Leuven, Sept 16-18, 2002, pp. 1241-1256.
- Wahlberg B., H. Hjalmarsson, P. Stoica, **On the Performance of Optimal Input Signals for Frequency Response Estimation**, IEEE Trans on Automatic Control, Vol. 57, No. 3, March 2012, pp. 766-771.
- Wahlberg B., J. Welsh, L. Ljung, **Identification of Stochastic Wiener Systems using Indirect Inference**, The 17th IFAC Symp on System Identification, SYSID 2015, Beijing, China, October 19-21, 2015
- Westwick D., M. Verhaegen, **Identifying MIMO Wiener systems using subspace model identification methods**, Signal Processing 52 (1996) 235-258
- Zhang E., J. Antoni, R. pintelon, J. Schoukens, **Fast detection of system nonlinearity using nonstationary signals**, Mechanical Systems and Signal Processing, 2010, 24, 7, 2065-2075
- Zhang E., M. Schoukens, and J. Schoukens, **Structure Detection of Wiener–Hammerstein Systems With Process Noise**, IEEE Trans on Instr and Meas, Vol 66, No 3, March 2017, pp. 569 – 576.
- Zhao G., G. Li, C. Wen, F. Yang, **On the Convergence of Iterative Identification of Hammerstein Systems**, G. Lee (Ed.): Advances in Automation and Robotics, Vol. 1, LNEE 122, pp. 303–312, Springer, 2011.